

### 练习 3.1 线性(向量)空间

一、设  $V_1 = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1, x_2, \dots, x_n \in R, x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0\}$ ,

$$V_2 = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1, x_2, \dots, x_n \in R, x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1\},$$

问  $V_1$ 、 $V_2$  是不是向量空间，为什么？

二、证明：  $S = \{f(x) \mid f(x) \in C[-1, 1], \text{ 且 } \int_{-1}^1 f(x) dx = 0\}$  对于通常函数的加法和实数与函数的乘法构成一个线性空间.

三、验证所有  $n$  阶实对称矩阵的集合  $W$  是所有  $n$  阶实矩阵所构成的线性空间的子空间.

四、判断全体实数的二元数列, 对于下面定义的运算:  $(a_1, b_1) \oplus (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2 + a_1 a_2)$ ,

$k \circ (a_1, b_1) = (ka_1, kb_1 + \frac{k(k-1)}{2} a_1^2)$  是否构成实数域上的线性空间.